

# ALCUNE DEFINIZIONI DI PROBABILITÀ

## Teoria classica

Sia dato un insieme  $S$  di "eventi elementari" "equiprobabili". Se  $\#S = n \in \mathbf{N}$  la probabilità, secondo la teoria classica, che si verifichi un evento  $E \subseteq S$  con  $\#E = f$  è il rapporto fra il numero di casi favorevoli (al verificarsi dell'evento) e quello dei casi possibili =  $\#E/\#S = f/n$ .

(se  $A$  è finito  $\#A$ =numero degli elementi di  $A$ .)

In pratica la sequenza delle operazioni che si fa è: 1°) scegliere **quali** sono i casi possibili **equiprobabili** (o qual è il generico caso possibile) - 2°) contare **quanti sono** i casi possibili - 3°) trovare **quali** dei precedenti sono favorevoli - 4°) contare **quanti sono** i casi favorevoli - 5°) fare il rapporto richiesto.

## Teoria frequentista

La frequenza (su  $n$  prove)  $f_n$  con cui si verifica un evento  $E$  è il rapporto fra il numero  $f$  di volte che si è verificato  $E$  ed il numero  $n$  di prove:  $f_n = f/n$ .

La probabilità, secondo la teoria frequentista, che si verifichi un evento  $E$  è (il limite, al tendere di  $n$  all'infinito, della frequenza  $f_n$ , cioè è) il numero a cui si avvicina "sempre più" la frequenza quando  $n$  cresce indefinitamente. Che questo limite esista, e che per tutti quelli che fanno una "serie" di prove sia unico, può essere plausibile, ma "ci vorrebbe" qualcosa di più convincente.

L'idea centrale di questa definizione è analoga a quella della "legge dei grandi numeri".

## Teoria soggettiva

La probabilità, secondo la teoria soggettiva, che si verifichi un evento  $E$  è il grado di fiducia che un individuo coerente assegna al verificarsi di  $E$ . "Individuo coerente" è un individuo le cui idee non sono contraddittorie, in particolare nei riguardi della teoria della probabilità; ovviamente il "grado di fiducia" è un numero  $p \in [0; 1]$ .

## Problemi

1°) Tizio lancia 100 volte una moneta e per 100 volte viene testa. Qual è la **vera** probabilità che gli venga testa al 101° lancio? **Commenta.** (Questo problema è molto utile per capire alcune "sottigliezze"; infatti in genere persone, anche molto qualificate, optano per due opzioni diverse, una corretta e l'altra decisamente sbagliata, e la stragrande maggioranza opta per quella sbagliata.)

2°) Qual è la probabilità che su  $n$  persone almeno 2 compiano gli anni nello stesso giorno? (In genere la risposta stupisce molto, in particolare se  $n$  è dell'ordine di 40.)

3°) Qual è la probabilità che su  $2n$  lanci di moneta vengano **a)** 0 teste? **b)**  $n$  teste? **c)**  $2n$  teste? **d)** un numero di teste compreso fra  $9n/10$  e  $11n/10$ ?

4°) Tizio e Caio pensano ognuno di avere nel portafogli meno denaro dell'altro. Per questo decidono di fare un gioco «Chi di noi due ha più denaro nel suo portafogli lo dà all'altro». Ognuno pensa «Il gioco per me è conveniente, perché la ha probabilità  $p_p$  di vincere e di perdere è la stessa, conosco la somma  $S$  che possiedo e la speranza matematica di perdere è  $p_p \cdot S$ , mentre e la speranza matematica della vincita è  $p_p \cdot S_2 > p_p \cdot S$ , perché se perdo solo se  $S_2 > S$ .

Come è possibile? **Commenta.**