

Appunti sulle EQUIVALENZE fra grandezze

Per fare le equivalenze in modo semplice ed efficiente (in pratica solamente con le definizioni e delle semplici sostituzioni) basta avere presenti i concetti principali su cui si lavora e seguire queste tre semplici regole:

- 1^a “due grandezze sono uguali” significa che “fra loro non c'è alcuna differenza”, per cui posso sostituirla una all'altra a seconda della necessità.
- 2^a quando scrivo una unità di misura “u” intendo “una volta u”(cioè “1·u”), se k è un numero e scrivo “k u”intendo “k volte u”; esempio: “4m” (dove “m” sta per “metri”) significa “4·1m” (cioè “4 per 1m”);
- 3^a il quadrato di una unità di misura è il suo quadrato, cioè il prodotto dell'unità per sé stessa; esempio: $3m^2=3\cdot(1m)^2$; analogamente per altre potenze, per le radici e per altre funzioni.

Quindi, se sono note le notazioni del Sistema Internazionale (SI) (e non solo) e le relazioni necessarie, basta procedere per sostituzioni successive, come, per esempio, negli esempi seguenti.

1. Da km a cm: $1km=1000m=1000\cdot 1m=10^3\cdot 10^2cm=10^5m \Rightarrow 1km=10^5cm$.
2. Da cm a km: $1km=10^5cm \Rightarrow 1cm=10^{-5}km$.
3. Da km^3 a cm^3 : $1km^3=1(km)^3=1(10^5cm)^3=1\cdot(10^5)^3\cdot(cm)^3=1\cdot 10^{15}\cdot cm^3=10^{15}cm^3$.
4. Noto il valore di $1in_{(pollice)}$, da in^3 a km^3 , si ha: $1in^3=(2,54cm)^3=2,54^3\cdot(10^{-5}km)^3=2,54^3\cdot 10^{-15}km^3$.
5. Noto che $1in_{(pollice)}=2,54cm$; $1ft_{(piede)}=12,00in$; $1lb_{(libbra)}=4,4482N_{(newton)}$; $1J_{(Joule)}=1N\cdot m$; $1W_{(Watt)}=1J/s$; $1cv_{(cavallo\ vapore)}=550ft\cdot lb/s$, da cv a kW ($kiloWatt=1000W$), si ha: $1kW=10^3J/s=10^3J/s$;
 $1cv=550ft\cdot lb/s=550\cdot(12in)\cdot(4,4482N)/s=(550\cdot 12\cdot 4,4482)\cdot(2,54cm)(J/m)/s=$
 $= (550\cdot 12\cdot 4,4482\cdot 2,54)\cdot(10^{-2}m)\cdot J/(m\cdot s)=(550\cdot 12\cdot 4,4482\cdot 2,54\cdot 10^{-2})\cdot J/s=745,7J/s=745,7\cdot 10^{-3}kW=0,7457kW$.
6. Casi “strani”, (cioè che possono anche non avere significato fisico), da $ft^4\cdot(km/s)^3/J^2$ a espressione in m, s, N: $ft^4\cdot(km/s)^3/J^2=(12\cdot 2,54\cdot 10^{-2}m)^4\cdot(1000m/s)^3/(N\cdot m)^2=0,3048^4\cdot 10^9m^7/(s^3\cdot N^2\cdot m^2)=8,6310\cdot 10^6m^5/(s^3\cdot N^2)$.

I primi 3 esempi riguardano le equivalenze fra grandezze del SI (che è un sistema metrico decimale) dove è particolarmente semplice fare tali calcoli. Vista anche l'utilità pratica si deve essere in grado di affrontare con sicurezza **qualunque** equivalenza in tale ambito.

Gli altri esempi riguardano equivalenze forse meno frequenti nei problemi “scolastici”, ma che possono rivestire importanza pratica per passare da grandezze SI a grandezze del sistema pratico, anglosassone o altri e viceversa; queste risultano molto più difficili e, di fatto, meno importanti.

Alcuni problemi possono essere risolti considerandoli come particolari (esercizi di) equivalenze che riguardano grandezze non omogenee, ma legate da proporzionalità “contingenti”. Per esempio, se un corpo si muove con la velocità costante $v=3m/s$ posso calcolarmi lo spazio che corrisponde a 2 ore: $2\text{ ore}=2\cdot(60\text{ minuti})=2\cdot 60\cdot(60\text{ secondi})=7200\text{ s}$, se $v=\Delta s/\Delta t$ si ha che $\Delta s=v\cdot\Delta t=3m/s\cdot 7200s=21600m=21,6km$; oppure si può calcolare in quanto tempo percorre 4 km: $\Delta t=\Delta s/v=4km/(3m/s)=4\cdot 10^3/3\cdot m\cdot s/m=1333s=4\cdot 10^3/3\cdot 1/60\text{ minuti}=4\cdot 10^3/180\text{ minuti}=22,222\text{ minuti}=22\text{ minuti}+0,222\cdot(60\text{ s})=22\text{ minuti}+13,3\text{ secondi}$.

C'è anche chi scambia (impropriamente, sia ben chiaro) le grandezze in gioco; per esempio alcuni ragazzi confondono dm^3 (o litro) e kg, perché, dicono, un litro di acqua è un dm^3 e pesa un kg; ma mentre il dm^3 è a tutti gli effetti equivalente al litro (a parte il fatto che il dm^3 è una grandezza del SI, mentre il litro non lo è), il kg è totalmente differente, essendo dm^3 e kg grandezze non omogenee.

Per acquisire le competenze per affrontare positivamente tutte le equivalenze inizia a lavorare con quelle più semplici e “normali”, passando poi a quelle più complesse (sono ottime quelle che seguono), ed infine ad altre che proverai a formulare da te stesso cercando di trovarne sempre di più “difficili”. Non cercare solo di pensarle complesse e con molte concatenazioni, ma soprattutto che richiedano le competenze su quelli che tu consideri i tuoi “punti deboli e su cui sei meno sicuro/a.

Conoscere bene le equivalenze significa anche saperle risolverle (senza errori) rapidamente, cioè, per quelle del SI, in modo quasi automatico e senza “lunghe pause” durante il calcolo.

Alcuni dati "noti"

in neretto le equivalenze (le uguaglianze con le unità di misura), sopra c'è la grandezza che misurano e sotto i nomi delle unità di misura.

Ampiezza di un angolo		Lunghezza			
$\pi \text{ rad} = 180 \text{ deg} = 180^\circ$	$100 \text{ grad} = 90^\circ$	$1 \text{ in} = 2,54 \text{ cm}$	$1 \text{ ft} = 12 \text{ in}$	$1 \text{ yd} = 3 \text{ ft}$	
Radiani	Gradi	Gradi centesimali	Pollice (inch)	Piede (feet)	Iarda (yard)

Forza		Energia		Potenza
$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$	$1 \text{ kg}_p = 9,81 \text{ N}$	$1 \text{ J} = 1 \text{ N}\cdot\text{m}$	$1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$
Newton	Kilogrammo-peso	Joule	Caloria - Joule	Watt J/secondo

Potenza	Pressione			
$1 \text{ CV} = 736 \text{ W}$	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$	$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$	$1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	$1 \text{ mmHg} = 133,322 \text{ Pa}$
Cavallo-vapore	Pascal	Bar	Atmosfera	mm di mercurio o torr

Esercizi sulle equivalenze

(Non sono tutti per le classi prime, anzi ...! Ma sono tutti "fattibili" senza altre informazioni)

- 1°) Se il motore di un'automobile lavora con una potenza di 45 CV per 10 minuti quanta energia fornisce (in J ed in cal)? Energia = Potenza · Tempo (segue da "potenza": $W=J/s \rightarrow J=W \cdot s$).
- 2°) Quanto è la forza F_1 che la pressione atmosferica di 1 atm esercita su una superficie di 1 cm^2 ? Esprimila in N e in kg_p . Stima quanto è la forza F_m che esercita sul palmo della tua mano. Esprimila in N e in kg_p .
- 3°) Se la Terra compie un giro (su sé stessa) al giorno di quanti radianti ruota ogni secondo?
- 4°) Quanto vale l'espressione (semplificata) $\text{atm} \cdot \text{CV} \cdot \text{ft} \cdot (\text{s}/\text{cal})$?
- 5°) Se una goccia di olio di diametro di 5 mm si spandesse (in modo uniforme) sulla superficie di un secchio di diametro 30 cm quanto sarebbe spessa la pellicola di olio?
- 6°) Un tubetto di dentifricio da 200 ml (millilitri) ha un'apertura tale che lascia fuoriuscire il dentifricio (in forma di cilindro) con un diametro di 4 mm. Quanto dovrebbe essere "lungo" in totale il dentifricio uscito? Valutando il volume di una cartuccia di penna stilografica e la sezione del tratto scritto (inchiostro) prova a stimare la quanto potrebbe essere lunga una riga tracciata con una sola cartuccia.
- 7°) Se misuro la densità dell'aria come rapporto fra la sua massa espressa in grammi e il suo volume espresso in millilitri (ml), ho come unità di misura il g/ml. Completa le seguenti uguaglianze: $1 \text{ g/ml} = \dots \text{ g/cm}^3 = \dots \text{ g/dm}^3 = \dots \text{ kg/dm}^3 = \dots \text{ kg/m}^3$.